PRÁCTICA DE LABORATORIO - trigonometría
Funciones trigonométricas y ondas senoides.

Objetivos:

- Identificar y familiarizarse con las ondas senoides.
- construir e identificar claramente las características de las ondas senoides.

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS.

Las funciones trigonométricas son funciones muy utilizadas en las ciencias naturales para analizar fenómenos periódicos tales como: movimiento ondulatorio, corriente eléctrica alterna, cuerdas vibrantes, oscilación de péndulos, ciclos comerciales, movimiento periódico de los planetas, ciclos biológicos, etc.

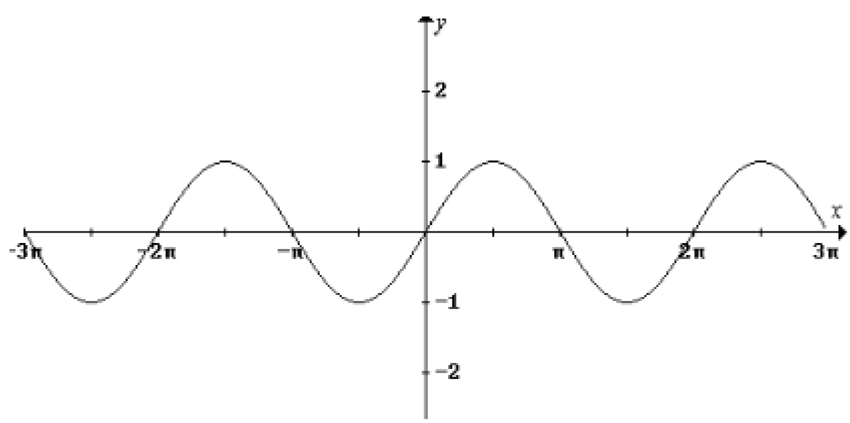
- **INFORMACIÓN BÁSICA DE LA GRÁFICA DE LA FUNCIÓN SENO.**

La función seno es la función definida por f(x) = sen x, en donde "x" puede ser cualquier número real (R).

La gráfica f(x)= sen x, se compone de todos los puntos de coordenadas (x, sen x) y se podrá obtener la gráfica en el sistema de coordenadas xy (plano cartesiano).

Características de la función seno.

- Cuál es su valor máximo y mínimo?
- Cuál es el rango o recorrido?
- Cuál es su período?
- Cuál es su amplitud?
- Por qué seno es una función **impar**?
- La gráfica de la función seno, en qué puntos intercepta al eje "x"?



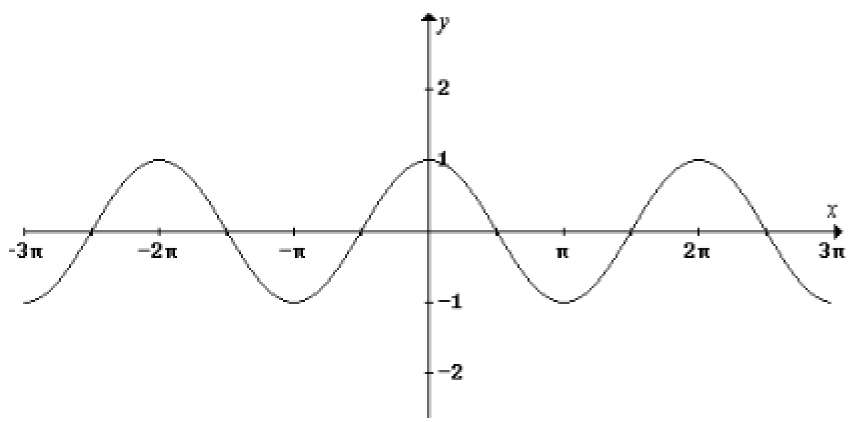
INFORMACIÓN BÁSICA DE LA GRÁFICA DE LA FUNCIÓN COSENO.

La función coseno es la función definida por f(x) = cos x, en donde "x" puede ser cualquier número real (R).

La gráfica f(x)= cos x, se compone de todos los puntos de coordenadas (x, cos x) y se podrá obtener la gráfica en el sistema de coordenadas xy (plano cartesiano).

Características de la función coseno.

- Cuál es su valor máximo y mínimo?
- Cuál es el rango o recorrido?
- Cuál es su período?
- Cuál es su amplitud?
- Por qué coseno es una función **par**?
- La gráfica de la función coseno, en qué puntos intercepta al eje "x"?



FUNCIONES SINUSOIDALES.

Son funciones relacionadas con las funciones seno y coseno.

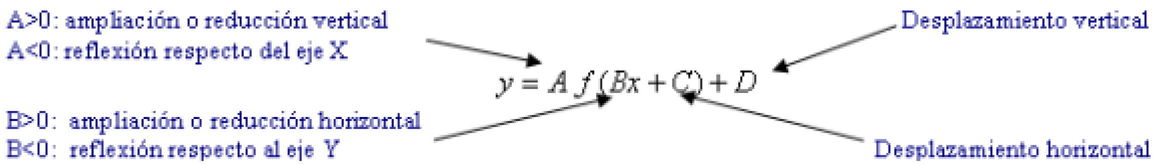
y = A sen (B x + C) + D, y = A cos (B x + C) + D

O una combinación de éstas.

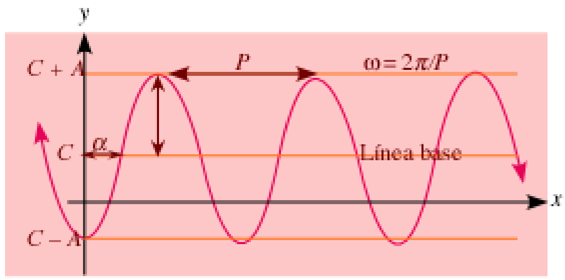
La periodicidad de las funciones seno y coseno desempeña un papel importante en la obtención de las gráficas de estas funciones.

Características de estas funciones.

Las gráficas de las funciones y = A sen (Bx + C) + D e y = A cos (Bx + C) + D, considerando B>0, se pueden obtener a partir de las gráficas de las funciones y = sen x, e y = cos x, cuyas características se señalan a continuación:



La función seno "generalizado" tiene la siguiente forma:



y* = *A* sin [ω (*x* + c)] + *D

NOTA: Aquí, en esta gráfica, hacemos C = α y D = C

• ***A* es la amplitud** (la altura de cada máximo arriba de la línea base)

A : |A|, que es el **promedio de la diferencia** entre los valores máximo y mínimo.

En la función y = sen x, ¿cuál es su amplitud?

En la función y = cos x, ¿cuál es su amplitud?.

• ***P* es el periodo o longitud de onda** (la longitud de casa ciclo)

P : $\frac{2\pi}{B}$

En la función y = sen x, ¿cuál es su período?

En la función y = cos x, ¿cuál es su período?.

• **C es el desplazamiento de faso**: Esta es la distancia horizontal del eje *y* al primero punto donde la gráfica cruza la línea base.

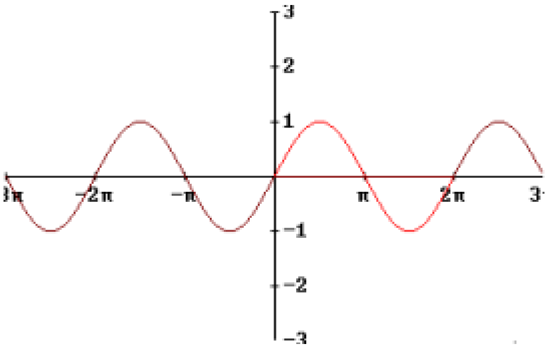
• **Desfase**: $-\frac{C}{B}$, desplazamiento horizontal de $-\frac{C}{B}$ unidades a la derecha o a la izquierda, según si C es negativo o positivo, de la gráfica y = A f (Bx).

• **Desplazamiento vertical**: traslación vertical en **D** unidades de la gráfica de y = A f (Bx + C) . (altura de la línea base)

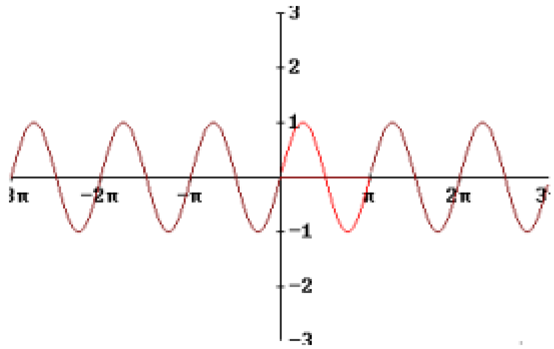
• ω es la **frecuencia angular**, y se expresa por
ω= 2π/*P* o *P* = 2π/ω.

Ejemplo 1. Gráfica de la función $y = -3\sin(2x - \pi/3)$.

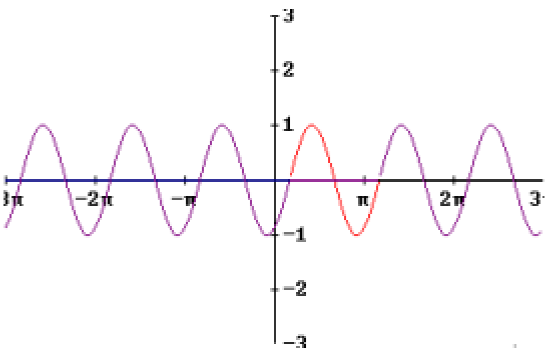
Amplitud = $|-3| = 3$, **Período** = $\frac{2\pi}{2} = \pi$, **Desfase** = $\pi/6$



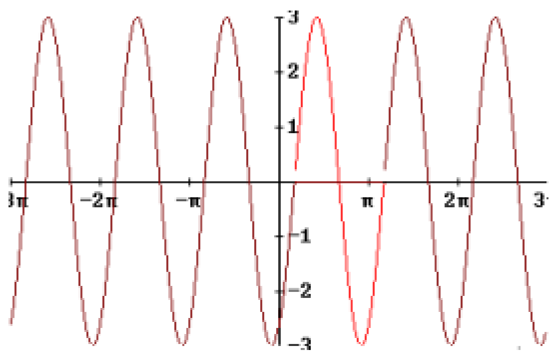
y = sen (x)



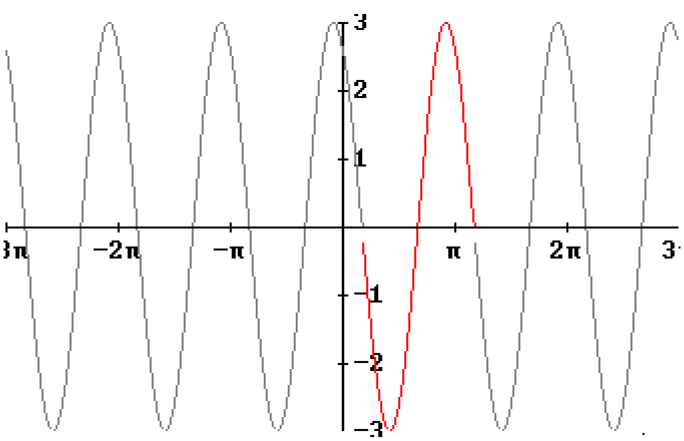
(2) y = sen (2x)



(3) y = sen(2x – π/3)



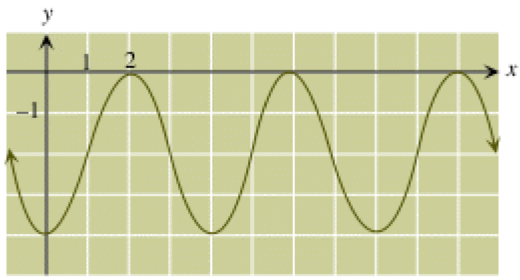
(4) y = 3 sen(2x – π/3)



(5) y = - 3 sen(2x – π/3)

Ejemplo 2

Considere la siguiente gráfica, que muestra una curva de seno "general" (desplazada y escalada):



Pregunta ¿Qué es la ecuación de la gráfica?

Contesta Consultando la función seno generalizado a la izquierda, vemos que la ecuación de esta curva es:

$y = A \sin[\omega(x+c)] + D$, donde :

- A = amplitud (la altura de cada máximo arriba de la línea base) = 2
- D = desplazamiento vertical = coordenada y de la línea base = −2
  (La línea base (el punto medio de oscilación) se ubica 2 unidades abajo del eje *x)*
- P = periodo (la longitud de cada ciclo, o distancia de un máximo al siguiente) = 4 unidades
  (No va en la formula)
- ω = frecuencia angular = $2\pi/P = 2\pi/4 = \pi/2$
- c = desplazamiento de faso = 1

Entonces, la ecuación de la curva más arriba es

$y = 2 \sin[\pi/2\ (x + 1)] - 2$

Para comprobar que sirve esta ecuación, pruebela en la evaluador y graficador de funciones o en la graficador Excel (si tienes Excel en su computadora).

Actividad uno:

1. Grafique las funciones y = sen x y la función y = sen x + 2 en el intervalo $0 \le x \le 2\pi$ en un mismo plano cartesiano (diferencie las graficas).

   - ¿qué "clave" encontró para construir la gráfica de la función y = sen x + 2 con respecto a la gráfica y = sen x?.
   - Halle el período y amplitud de cada una de las funciones y compárelas.

2. Grafique las siguientes funciones en el mismo sistema de ejes coordenados, para los que se debe cumplir con $0 \le x \le 2\pi$.

a) y= sen x b) y = -2 sen x c) y = 0.5 sen x

- Halle el periodo y amplitud de cada una de las funciones y compárelas.

3. Grafique las siguientes funciones en un mismo sistema de ejes coordenados, para los que $0 \leq x \leq 2\pi$.

a) y = sen x b) y = sen 0.5 x c) y = sen 2x

- Halle el periodo y amplitud de cada una de las funciones y compárelas.

Actividad dos:

1. Grafique las funciones y = cos x y la función y = cos x + 2 en el intervalo $0 \leq x \leq 2\pi$ en un mismo plano cartesiano (diferencie las graficas).

- ¿qué "clave" encontró para construir la gráfica de la función y = cos x + 2 con respecto a la gráfica y = cos x?.
- Halle el período, amplitud y recorrido de cada una de las funciones y compárelas.

2. Grafique las siguientes funciones en el mismo sistema de ejes coordenados, para los que se debe cumplir con $0 \leq x \leq 2\pi$.

a) y= cos x b) y = -2 cos x c) y = 0.5 cos x

- Halle el periodo y amplitud de cada una de las funciones y compárelas.

3. Grafique las siguientes funciones en un mismo sistema de ejes coordenados, para los que $0 \leq x \leq 2\pi$.

a) y = cos x b) y = cos 0.5 x c) y = cos 2x

- Halle el periodo y amplitud de cada una de las funciones y compárelas.

PROFUNDICEMOS UN POCO

Actividad tres:

1. Grafique las funciones siguientes en el mismo sistema de ejes coordenados, para lo que $0 \leq x \leq 2\pi$.

a) y = sen x b) y = 2 sen 3x + 1

2. Grafique las funciones siguientes en el mismo sistema de ejes coordenados, para lo que $0 \leq x \leq 2\pi$.

a) y = cos x b) y = 2 cos 3x + 1